1.16) $\phi_1(x) = x^3$, $\phi_2(x) = |x|^3 \begin{cases} \xrightarrow{x \geq 0} x^3 \\ \xrightarrow{x<0} -x^3 \end{cases}$

Estudio primero el Wronskiano:

$\phi_1'(x) = 3x^2$

$\phi_2'(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \geq 0 \\ -3x^2, & x < 0 \end{cases}$

$\Phi(x) = (x^3, |x|^3)$

$$W(\Phi(x)) = \begin{vmatrix} x^3 & |x|^3 \\ 3x^2 & (|x|^3)' \end{vmatrix} = \begin{cases} \begin{vmatrix} x^3 & x^3 \\ 3x^2 & 3x^2 \end{vmatrix} = 0 \text{ para } x \geq 0 \ (*) \\ \begin{vmatrix} x^3 & -x^3 \\ 3x^2 & -3x^2 \end{vmatrix} = 0 \text{ para } x < 0 \end{cases}$$

[illegible]

(*) Pruebo que es derivable en $x=0$ (la función $\phi_2(x)=|x|^3$)

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{F(0+h)-F(0)}{h} = \frac{h^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{h}} = h^2 \Rightarrow \lim_{h\to 0} h^2 = 0 \; ✓$$

(=)

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{F(0+h)-F(0)}{h} = \frac{-h^3}{h} = -h^2 \Rightarrow \lim_{h\to 0} -h^2 = 0 \; ✓$$

es deriv. en $x=0$ ✓.

Entonces el Wronskiano da 0. ~~Pero si estudio la sig~~ ~~situació~~ Pero para que sea LD, tendrían que ser una función múltiplo de la otra, es decir:

$$\phi_2(x) = k\,\phi_1(x) \to k = \underbrace{\frac{\phi_2(x)}{\phi_1(x)}}_{\substack{\phi_1(x)\neq 0 \\ \Downarrow \\ x\neq 0}}$$

, pero como $\phi_2(x) = |x|^3$, en los $x > 0$ me da $k = 1$ y en los $x < 0$ me da $k = -1$.

y por lo tanto k tendría que tener dos valores distintos al mismo tiempo y esto no es posible.

Por lo tanto este conjunto es LI, aunque el Wronskiano dio 0.